

Задача 1

Тим и Тома каждый записали у себя в тетради по числу **574856234392**. Тим вычеркивает из этого числа **5** цифр так, чтобы осталось наибольшее возможное число. А Тома вычеркивает **6** цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число. Какие числа получились у Тима и Тома?

Решение. Тим будет вычеркивать цифры так, чтобы на старших разрядах у результата были самые большие цифры: убирает 5, 7, 4, 5, 2. Тома, наоборот, будет вычеркивать цифры так, чтобы в самом начале цифры стояли как можно меньше: 5, 7, 4, 8, 5, 6.

Ответ: 8634392, 234392.

Вариант	Условие	Ответ
1.1	Тим и Тома каждый записали у себя в тетради по числу 574856234392 . Тим вычеркивает из этого числа 5 цифр так, чтобы осталось наибольшее возможное число. А Тома вычеркивает 6 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число. Какие числа получились у Тима и Тома?	8634392, 234392
1.2	Тим и Тома каждый записали у себя в тетради по числу 849183246745 . Тим вычеркивает из этого числа 5 цифр так, чтобы осталось наибольшее возможное число. А Тома вычеркивает 6 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число. Какие числа получились у Тима и Тома?	9846745, 124645
1.3	Тим и Тома каждый записали у себя в тетради по числу 836945329617 . Тим вычеркивает из этого числа 6 цифр так, чтобы осталось наибольшее возможное число. А Тома вычеркивает 5 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число. Какие числа получились у Тима и Тома?	959617, 3329617
1.4	Тим и Тома каждый записали у себя в тетради по числу 314159265359 . Тим вычеркивает из этого числа 7 цифр так, чтобы осталось наибольшее возможное число. А Тома вычеркивает 6 цифр так, чтобы осталось наименьшее возможное число. Какие числа получились у Тима и Тома?	96559, 112359
Критерии оценивания:		Балл
Верно введены оба числа.		4 б.
Верно введены оба числа, но присутствуют и другие варианты чисел.		3 б.
Верно только одно число, а второе – неверно.		2 б.
Есть попытка составить числа, вычеркивая нужное количество цифр, но достигнут не наибольший/наименьший результат.		1 б.
В ответах переставляются цифры, вычеркивается количество цифр, не соответствующее условию задачи.		0 б.

Задача 2

Тоян научился волшебному сложению натуральных чисел: после привычного всем сложения нужно переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим волшебное сложение значком \oplus (например, $99 \oplus 2 = 110$). Что получит Тоян в таком примере с волшебным сложением:

$$((2021 \oplus 21) \oplus 21) \oplus (26 \oplus 3)?$$

(действия скобок для волшебного сложения осуществляется также, как и для обычного).

Решение. Найдем значение выражения по действиям, выполняя сначала действия в скобках.

- 1) $2021 \oplus 21 = 4220$
- 2) $(2021 \oplus 21) \oplus 21 = 4220 \oplus 21 = 4421$
- 3) $26 \oplus 3 = 92$
- 4) $4421 \oplus 92 = 5431$

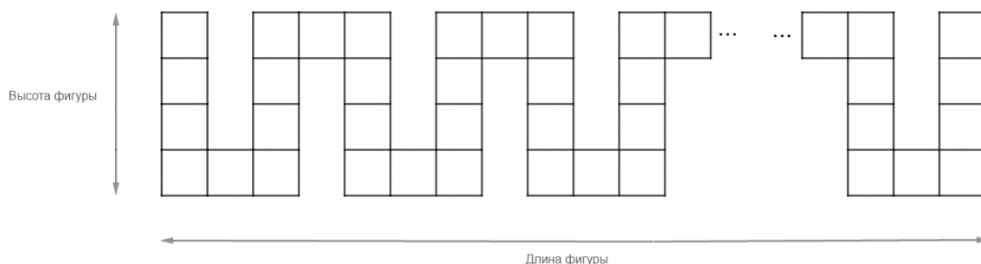
Ответ: 5431

Вариант	Условие	Ответ
2.1	Тоян научился волшебному сложению натуральных чисел: после привычного всем сложения нужно переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим волшебное сложение значком \oplus (например, $99 \oplus 2 = 110$). Что получит Тоян в таком примере с волшебным сложением: $((2021 \oplus 21) \oplus 21) \oplus (26 \oplus 3)?$	5431
2.2	Тоян научился волшебному сложению натуральных чисел: после привычного всем сложения нужно переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим волшебное сложение значком \oplus (например, $99 \oplus 2 = 110$). Что получит Тоян в таком примере с волшебным сложением: $((1873 \oplus 143) \oplus 81) \oplus (4 \oplus 75)?$	9871
2.3	Тоян научился волшебному сложению натуральных чисел: после привычного всем сложения нужно переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим волшебное сложение значком \oplus (например, $99 \oplus 2 = 110$). Что получит Тоян в таком примере с волшебным сложением: $((1943 \oplus 82) \oplus 64) \oplus (38 \oplus 135)?$	9732
2.4	Тоян научился волшебному сложению натуральных чисел: после привычного всем сложения нужно переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим волшебное сложение значком \oplus (например, $99 \oplus 2 = 110$). Что получит Тоян в таком примере с волшебным сложением: $(4362 \oplus 24) \oplus (36 \oplus 64) \oplus (92 \oplus 31)?$	9640

Критерии оценивания:	Балл
Посчитан и введен правильный ответ.	4 б.
Сумма последних действий посчитана верно, но цифры ответа не переставлены в убывающем порядке	3 б.
В ответе помимо правильного ответа присутствуют лишние символы.	2 б.
Введен ответ одной из скобок с волшебным сложением при этом решение не завершено.	1 б.
Решение не соответствует ни одному из критериев.	0 б.

Задача 3

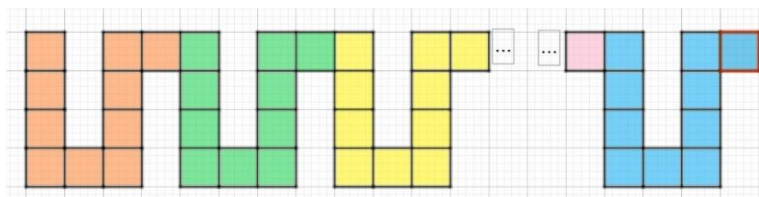
Тома нарисовала конструкцию в форме зигзага.



На рисунке показаны начало конструкции и её окончание (средняя часть фигуры пропущена).

Известно, что высота фигуры — 4 клетки, а её длина — 47 клеток. Сколько квадратиков нарисовала Тома?

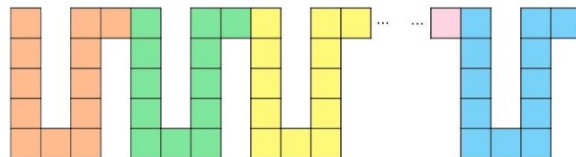
Решение. Заметим, что если добавить одну клетку справа, как показано на рисунке, то весь зигзаг можно поделить на одинаковые блоки длины 4 (см. рисунок)



Посчитаем, сколько всего будет таких одинаковых блоков. Для этого ко всей длине прибавим добавленную клетку и поделим на 4, т. е. $(47 + 1) : 4 = 12$ одинаковых блоков. Каждый блок состоит из 10 клеток. Значит, данный зигзаг состоит из $12 \cdot 10 - 1 = 119$ квадратиков.

Ответ: 239.

В задачах с зигзагом высоты 5 клеток разбиение показано на рисунке справа, а каждый блок состоит из 12 квадратиков.



Вариант	Условие	Ответ
3.1	Тома нарисовала фигуру в форме зигзага, как показано на рисунке. Её высота — 4 клетки, её длина — 47 клеток. Сколько квадратиков нарисовала Тома?	119
3.2	Тома нарисовала фигуру в форме зигзага, как показано на рисунке. Её высота — 5 клеток, её длина — 31 клетки. Сколько квадратиков нарисовала Тома?	95
3.3	Тома нарисовала фигуру в форме зигзага, как показано на рисунке. Её высота — 4 клетки, её длина — 51 клетки. Сколько квадратиков нарисовала Тома?	129
3.4	Тома нарисовала фигуру в форме зигзага, как показано на рисунке. Её высота — 5 клеток, её длина — 35 клеток. Сколько квадратиков нарисовала Тома?	107
Критерии оценивания:		Балл
Верно посчитан и указан правильный ответ.		4 б.
Посчитано верное количество квадратиков, но вместе с дополнительной клеткой.		3 б.
Правильно указано количество повторяющихся фигур, но сами квадратики не посчитаны.		2 б.
Указано число квадратиков, отличающееся на один «цикл».		1 б.
Решение не соответствует ни одному из критериев		0 б.

Задача 4

Тим, Тома и Тоян решали 10 занимательных задач. Тим из этих задач решил 7, Тома — 8 задач, а Тоян — 9 задач. Назовем задачу *лёгкой*, если её решили все трое. Сколько *лёгких* задач было среди десяти решённых? Укажите все варианты, через запятую.

Решение. Заметим, что *лёгких* задач не может быть больше 7 (столько задач всего решил Тим). Теперь посчитаем, сколько задач точно не могут быть *лёгкими*. Это $10 - 7 = 3$ задачи из общего списка, не решенные Тимом, $10 - 8 = 2$ задачи не решены Томой, $10 - 9 = 1$ задача не решена Тояном. Всего может быть максимум (когда все эти задачи разные) $3 + 2 + 1 = 6$ нелегких задач, то есть окажутся легкими 4 задачи (порядок слагаемых соответствует порядку перечисления персонажей: Тим, Тома, Тоян). Может оказаться, что нерешенные задачи у ребят совпадают, тогда возможны варианты: $3 + 2 + 0 = 5$ или $3 + 1 + 1 = 5$ нелегких задач, то есть окажутся *лёгкими* 5 задач; $3 + 1 + 0 = 4$ или $3 + 0 + 1 = 4$ нелегких задач, то есть окажутся *лёгкими* 6 задач. Ну и, наконец, когда их нерешенные задачи совпадают: $3 + 0 + 0 = 3$ нелегких задач, то есть *лёгкими* окажутся 7 задач.

Ответ: 4, 5, 6, 7 задач.

Вариант	Условие	Ответ
4.1	Тим, Тома и Тоян решали 10 занимательных задач. Тим из этих задач решил 7 , Тома — 8 задач, а Тоян — 9 задач. Назовем задачу <i>лёгкой</i> , если её решили все трое. Сколько <i>лёгких</i> задач было среди десяти решённых? Укажите все варианты, через запятую.	4, 5, 6, 7
4.2	Тим, Тома и Тоян решали 11 занимательных задач. Тим из этих задач решил 8 , Тома — 9 задач, а Тоян — 10 задач. Назовем задачу <i>лёгкой</i> , если её решили все трое. Сколько <i>лёгких</i> задач было среди десяти решённых? Укажите все варианты, через запятую.	5, 6, 7, 8
4.3	Тим, Тома и Тоян решали 12 занимательных задач. Тим из этих задач решил 9 , Тома — 10 задач, а Тоян — 11 задач. Назовем задачу <i>лёгкой</i> , если её решили все трое. Сколько <i>лёгких</i> задач было среди десяти решённых? Укажите все варианты, через запятую.	6, 7, 8, 9

Критерии оценивания:	Балл
Введены все правильные ответы и нет лишних вариантов.	4 б.
Введены три правильных варианта и нет лишних вариантов.	3 б.
Указаны два верных варианта и нет лишних вариантов.	2 б.
Один или несколько из вариантов верны, при этом присутствуют лишние варианты.	1 б.
Записаны все варианты чисел в 4.1- до 10; в 4.2- до 11, в 4.3- до 12. ИЛИ Решение не соответствует ни одному из критериев.	0 б.

Задача 5

Тим загадал 4 двузначных числа, не содержащих нулей в своей записи. А шутник Тоян в каждом этом числе переставил цифры в обратном порядке. Тома вычислила, что сумма чисел Тима равна **356**, а сумма чисел Тояна равна **95**. Найдите все возможные варианты чисел, загаданных Тимом. Числа в каждом варианте указывайте через запятую, а варианты отделяйте друг от друга точкой с запятой.

Решение.

АБ	БА	Запишем сложение столбиком. Заметим, что сумма в разряде единиц равна 6, а в разряде десятков равна 35. Из второго равенства видно, что $A+B+D+Ж$ оканчивается на 5, а значит, в первом ребусе нет перехода через разряд (иначе сумма $A+B+D+Ж$ равна 34, 33 или 32, т.е. не оканчивается на 5). Тогда $6=1+1+1+3$ или $6=1+1+2+2$, а $35=9+9+9+8$. Получаем 4 варианта ответов: 91, 91, 91, 83; 93, 91, 91, 81; 92, 92, 91, 81; 91, 91, 92, 82
ВГ	ГВ	
ДЕ	ЕД	
ЖЗ	ЗЖ	
356	95	

Ответ: 91, 91, 91, 83; 93, 91, 91, 81; 92, 92, 91, 81; 91, 91, 92, 82

В задачах с пятью числами используются разложения:

б) $7=3+1+1+1+1$ или $7=2+2+1+1+1$; $44=9+9+9+9+8$. Отсюда 4 варианта ответа.

в) $6=1+1+1+1+2$; $43=9+9+9+9+7$ или $43=9+9+9+8+8$. Отсюда 4 варианта ответа.

Вариант	Условие
5.1	Тим загадал 4 двузначных числа, не содержащих нулей в своей записи. А шутник Тоян в каждом этом числе переставил цифры в обратном порядке. Тома вычислила, что сумма чисел Тима равна 356 , а сумма чисел Тояна равна 95 . Найдите все возможные варианты чисел, загаданных Тимом. Числа в каждом варианте указывайте через запятую, а варианты отделяйте друг от друга точкой с запятой. Ответ: 91, 91, 91, 83; 93, 91, 91, 81; 92, 92, 91, 81; 91, 91, 92, 82.
5.2	Тим загадал 5 двузначных чисел, не содержащих нулей в своей записи. А шутник Тоян в каждом этом числе переставил цифры в обратном порядке. Тома вычислила, что сумма чисел Тима равна 447 , а сумма чисел Тояна равна 114 . Найдите все возможные варианты чисел, загаданных Тимом. Числа в каждом варианте указывайте через запятую, а варианты отделяйте друг от друга точкой с запятой. Ответ: б) 93, 91, 91, 91, 81; 91, 91, 91, 91, 83; 92, 92, 91, 91, 81; 92, 91, 91, 91, 82.
5.3	Тим загадал 5 двузначных чисел, не содержащих нулей в своей записи. А шутник Тоян в каждом этом числе переставил цифры в обратном порядке. Тома вычислила, что сумма чисел Тима равна 436 , а сумма чисел Тояна равна 103 . Найдите все возможные варианты чисел, загаданных Тимом. Числа в каждом варианте указывайте через запятую, а варианты отделяйте друг от друга точкой с запятой. Ответ: в) 91, 91, 91, 91, 72; 92, 91, 91, 91, 71; 92, 91, 91, 81, 81; 91, 91, 91, 82, 81.

Критерии оценивания:	Балл
Верно введены четыре последовательности двузначных чисел Тима.	4 б.
Верно введены три последовательности двузначных чисел Тима ИЛИ В ответе указаны все 4 последовательности, но не Тима, а Тояна.	3 б.
Верно введены две последовательности двузначных чисел Тима. ИЛИ Найдены 2 или 3 верные последовательности, но для Тояна.	2 б.
Верно найдена только одна последовательность двузначных чисел Тима. ИЛИ Наряду с правильными вариантами указаны варианты, содержащие ноль.	1 б.
Решение не соответствует ни одному из критериев.	0 б.